割圜密率捷法

割圜密率捷法序

欽天監監正明靜庵先生自童年親受數學於
聖祖仁皇帝至老不倦病革時以遺稿一帙囑其季子景臻命
際新續而成之曰此割圜密率捷法也內圜徑求周弧背求弦
求矢三法本泰西杜氏德美所著實古今所未有也亟欲公諸
同志惜僅有其法而未詳其義恐人有金針不度之疑子積解
有年未能卒業汝與同學者務續而成之則子志也　先生沒
際新尋緒推究質以平日所聞面授之言遇有疑義則與　先

生之季子景臻及門人張艮亭相與討論而艮亭景臻亦時同推步校錄越數年甲午始克成書嗚呼　先生往矣弟子所繼續者旣以未得正於　先生爲歉而又以　先生未得親見是書之成爲痛也　先生之爲是解也殆發其自得之義不期而與作者相遇耳非因其法而得其義者所可比也故卽謂爲先生之遺法也可然　先生之心惟期千古之疑釋於天下後世而已矣至於法之立於人立於已皆所弗計也乾隆甲午孟夏受業陳際新謹序

割圜密率捷法序

昔元家藏鈔本割圜捷法一帙不知爲何人之書故疇人傳未載今致仕歸揚州讀天長岑氏紹周所校刻割圜密率捷法四卷及甘泉羅氏茗香跋始知是書爲滿洲明靜菴先生撰于乾隆之時蓋自八綫表成推算有成數而未發其理墨守者誰復推其所以然此書則以已意悟明其法任求何遴之數不過幾次乘除一二時即可得之眞步天捷法也羅氏又欲補撰疇人傳敘述宋元以來精心求大圜而實事求是之人於秦李朱趙

及
本朝明陳諸公接補爲傳使四元諸法學者得而習之不其偉歟夫大西洋人來於明末乘諸古法失傳之時所以有功於天學迨及末流多習天主邪教惑誘爲害所以
命其同國若使今之人益明古法不但有所接續且使西法不得擅爲秘術庶幾中土之書明明布列步天之士藹藹周行是所望也

道光二十年正月節性齋老人阮元序

割圜古法也圜不割則無由知圜之周自魏劉徽注九章算術以勾股術用圜內六邊形起算從其六觚之環卽爲徑一周三之古率由是而弧矢之術生焉元趙友欽革象新書用圜內四邊形起算由是而西人之六宗三要二簡法生焉元郭邢臺授時草立天元一求弧矢猶仍古率徑一周三不知周三者舉成數約而言之也九章少廣注載漢張衡率圜周羃五方周羃八此與宋秦九韶數學九章環田三積術謂以徑羃進位爲實開方爲圜周率同又九章方田注載劉歆率徑一千二百五十周

三千九百二十七注載王莽銅斛云云未詳誰氏之率兹據隋志定此爲歆率劉徽率徑五十周一百五十七吳王蕃率徑四十五周一百四十二迨劉宋南徐州從事祖沖之更開密率以圜徑一億爲一丈圜周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒之間於是定徑一百一十三周三百五十五爲密率又定徑七周二十二爲約率後世因之斯爲最密外此如明陳藎謨太極率徑一周三一五二五邢雲路率徑一周三一二六又三才奇率徑一周三一二一三

二〇三四邢氏二率前率見疇人傳後三才奇率見古今律秝考方以智通雅載徑十七周五十二康熙朝袁士龍智術與顧長發率同為徑一周三一二五或失之少或失之多皆不逮祖氏率厥後西士亞奇默德作圜書三題其第二題定周三倍徑又七十之十則朒周三倍徑又七十一之十則盈以數考之朒率即祖氏之約率約率本大於密率而盈率更小於密率八千二十三分之六唯利瑪竇等用內容外切諸術屢求勾股割之又割內外相課定為徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四以之立

表求八線理密數繁然入算必資乎表曩讀梅文穆公赤水遺珍載杜氏德美有不須開方祇立乘除之數求周徑密率及正弦正矢捷法特未詳立法之根學者恒苦莫抉其旨監正明靜庵先生既其弟子陳舜五先生因杜氏圜徑求周及弧求弦矢三術推廣引伸更補成弦矢求弧六術使環轉相生術無賸義詳加圖解著爲是書閒爲某氏所秘未經刋布汪孝嬰廣文初甚詆斥杜術爲巧合繼見是書始翻然改悔見衡齋算學第三冊洎第六冊中陽湖董孝廉亦因未見是書用垜積釋連比例

爲割圜圖解載在方立遺書建功竊以爲方今算學昌明凡天元四元以及大衍求一諸術皆次第復彰於世何可使是書復湮閒與吾友羅子茗香述及此事茗香以舊鈔本見示據云係從戴大寇簡恪公家藏原本影鈔因亟假錄其副算校付梓以公同好伏思是書于割圜之理推闡無遺尤可舍表徑求八線朱小粱觀察曾據術求得四十位周徑率爲徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三一八六三六七四七二三一七九五一四小餘七一五一九與割圜本法所求者

合蓋推其原先設十百千萬諸分弧如本法乘除之以求合於弦之二十四分八十分百六十八分矢之十二分三十分五十六分諸數俾弧矢奇耦率可互通向之莫抉其旨者一旦豁然是誠術之至精且捷者也其謄寫魯魚算式舛錯悉爲校正間有隱晦難於布算亦各加案詳釋刻既竣爲述其緣起如此時道光己亥孟秋既望天長岑建功紹周氏識

割圜密率捷法目錄

卷一

步法

卷二

用法

卷三

法解上

卷四

法解下

[illegible]

割圜密率捷法卷一

步法

圜徑求周

法置通徑三因之爲第一條次置第一條四除之又二除之又三除之或三數連乘得二十四爲法除之亦可後倣此得數爲第二條次置第二條九因之四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之四除之又八除之又九除之得數爲第五

條次置第五條八十一乘之四除之又十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之四除之又十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條次置第八條二百二十五乘之四除之又十六除之又十七除之得數爲第九條次置第九條二百八十九乘之四除之又十八除之又十九除之得數爲第十條次置第十條以三百六十一乘之四除之又二十除之又二十一除之得數爲第十一條併十一條之

數得總數即圜周

按此即後通弦求弧背法也三因通徑即圜內容六等邊之周數也圜內容六等邊每邊與半徑等故省此例乘除之數其四除各次所通用也初次加二除三除二次加四除五除皆依次遞加一數以爲法也初次用九乘二次用二十五乘皆依次遞加二數自乘以爲法也三自乘爲九三加二得五五自乘爲二十五下倣此此以通徑數至億者爲例故遞求至十一條遇通徑數小者次數可省若依各數遞加爲法求至無窮皆能得其密數也

弧背求正弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條應加書於第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三　相併第二條

第四條相併兩總數相減得數卽正弦

按此以連比例遞求四六八率以加減二率也四率用二除三除六率用四除五除皆依次遞加一數以爲法也四率爲減六率爲加八率又爲減相間以爲消息也數小者尙可省數大者依次求之

建功案此加減乃西法通例也若援古開方例以正負別加減于二四六八等應減之條爲負數用斜畫作誌似較另書之例甚便且無混淆之處

弧背求正矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比

例第三率二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數即正矢

按此以連比例遞求五七九率以加減三率也三率用二除

五率用三除四除亦依次遞加一數以為法也加減亦相間
為消息也其法大概與求正弦同

弧背求通弦

法以弧背本數為第一條次以半徑為連比例第一率弧背為
連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之
一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數為第
二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六
率數四除之又四除之又五除之得數為第三條應加書于第

一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽通弦

按此法與求正弦法同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省通弦求弧背同此

弧背求矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比

例第三率四除之又二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數即矢

按此法與弧背求正矢同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省矢求弧背亦同

通弦求弧背

法以通弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九乘之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條一

十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六
除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以
三率乘之一率除之得第十率數四除之又八除之又九除之
得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率
除之得第十二率數四除之又十除之又十一除之得數爲第
六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之
得第十四率數四除之又十二除之又十三除之得數爲第七
條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得

第十六率數四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條

併諸條得總數即弧背

按此即前圜徑求周所用之法也若二率與一率等則比例可省諸法不論求弧綫求直線但視第幾條得數首位已在單位下便可住若首位尙在單位前者須依次再推方密

正弦求弧背

法以正弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率正弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之

一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條次置
第二條九因之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之
又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之又以三率
乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條
次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率
數八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之
又以三率乘之一率除之得第十二率數十除之又十一除之
得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之

一率除之得第十四率數十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數即弧背

按此法與通弦求弧背法同但通省一四除耳

正矢求弧背

法倍正矢爲第一條次以半徑爲連比例第一率倍正矢爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數三除之又四除

之得數爲第二條次置第二條四因之又以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九因之又以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數十三除之又十四除

之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之二率除之得第十七率數十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與通弦正弦求弧背之理同惟多一開平方耳除法始于三四乘法遞加一數以自乘用數小異焉

矢求弧背

法置矢八乘之卽四乘又二乘得數爲第一條次以半徑爲連比例第

一率第一條爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條次置第二條四乘之又以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九乘之又以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數四除之又九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數四除

之又十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數四除之又十三除之又十四除之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數四除之又十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與正矢求弧背同但第一條加一四因餘加一四除

耳以上九法皆至精至密任有圓線求直線有直線求圓線雖推至無窮靡不合也但遇設數大者推算次數較多故增後法

餘弧求正弦正矢

視所設之弧過四十五度者與象限弧相減得餘弧次用餘弧按弧背求正矢正弦法求得餘弧正矢為本弧餘矢與半徑相減即得本弧正弦求得餘弧正弦為本弧餘弦與半徑相減即得本弧正矢

餘矢餘弦求本弧

視所設正弦正矢數大于四十五度者與半徑相減得餘矢餘弦次用餘矢餘弦按正矢正弦求弧背法求得弧背爲餘弧與象限弧相減即得本弧

以上二法施之弧背求正弦正矢已爲省便施之正矢正弦求弧背尚有不能省便者故又設後法

借弧求正弦餘弦 餘弦即半徑正矢之較三角形用正矢甚少故借弧求餘弦

視設弧過三十度至六十度內者借四十五度之弧背與所設

弧背相減得較弧背按前法求得較弧之正弦正矢次以半徑爲一率借弧之弦線（正弦餘弦數同）爲二率較弧之正弦正矢相加減（設弧小于借弧求正弦則加求餘弦則減設弧大于借弧求正弦則減求餘弦則加）爲三率求得四率爲弦較與借弧弦線相加減（設弧小于借弧求正弦則減求餘弦則加設弧大于借弧求正弦則加求餘弦則減）得數爲設弧正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

有正弦求弧背視正弦在十分半徑之三之內者用本法求之過十分半徑之九者用餘矢求本弧法求之若過十分半徑之

三至十分半徑之六者借三十度之正弦餘弦用之若過十分半徑之六至十分半徑之八者借四十五度之正弦餘弦用之若過十分半徑之八至十分半徑之九者借六十度之正弦餘弦用之法先求得本弧餘弦然後以本弧正弦與借弧正弦相減得正弦較爲股以本弧餘弦與借弧餘弦相減得餘弦較爲勾求得弦爲較弧通弦次按前通弦求弧背法求得弧背爲較弧與借弧相加減本弧正弦大于借弧正弦爲加小于借弧正弦爲減即得本弧有餘弦求弧背以餘弦爲餘弧正弦如前求得弧背爲本弧之餘弦與

象限弧相減即得本弧

割圜密率捷法卷一終

割圜密率捷法卷二

用法

今之法所以密於古者以其能用三角形也然三角形非八線表不能相求若一時不得其表雖精于其法者亦無從措手惟用此法以之立表則甚易以之推三角形則不用表而得數與用表者同其用可謂溥矣爰著法數條如左

角度求八線

設圜半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之正弦幾何

法以周天度化為一百二十九萬六千秒為一率倍圓周定率通徑設為二千萬倍于定率故圓周定率亦倍之得六千二百八十三萬一千八百五十三為二率設度化為一十五萬六千一百一十秒為三率乘除得四率七百五十六萬八千四百二十六小餘三帶小餘一位單位數方齊後仿此為弧背角度為旋轉一周之圓周之虛數弧背為半徑上曲線為第一條書右次以半徑一千萬為連比例第一率第

一率周天秒	一二九六〇〇〇
二率倍圓周定率	六二八三一八五三
三率角度化秒	一五六二一〇
四率弧背	七五六八四二六三

左

第二條　八|五四五二二七
第四條　〇|二八二
八|七二八二二七

右

第一條　三|六二四八六五七
第三條　〇|四九六〇二
第五條　二|二
五|二二一九八五七

五|二二一九八五七
八|七二八二二七
七|四九二六六八六

一條即弧背爲連比例第二率乘除得連比例第三率五百七十二萬八千一百零七爲比例常用之數次置第一條以三率乘之一率除之得四率數六除之與二除之又三除之同得七十二萬二千五百四十五八爲第二條書左次置第二條以三率乘之一率除之得六率數二十除之與四除之又五除之同餘仿此得二萬零六百九十四爲

第三條書右次置第三條以三率乘之一率除之得八率數四十二除之得二百八十二爲第四條書左每次得數降二位第四條數尚有三位須求第五條數次置第四條以三率乘之一率除之得十率數七十二除之得二二爲第五條書右第五條數止一位第六條數必在小餘下故可省求次併右三條得總數七百五十八萬九千一百二十二五併左二條得總數七十二萬二千八百二十七八置右總數減左總數得六百八十六萬六千二百九十五小餘七進爲一在舊法當一減一加累求之今以應加者書右應減者書左只用加一次減一次較爲省便即四十三度二十一分五十秒之正弦

線也

一率　周天秒　一二九六〇〇〇
二率　倍圓周定率六二八三一八五三
三率　較度化秒　五八九〇
四率　較弧背　二八五五五五二

右

第一條二｜五五五五八二
八｜八三
較弧正弦四｜六一五五八二

左

第二條八｜八三

右

第一條〇｜七七〇四
二｜〇
較弧正矢八｜六七〇四

左

第二條二｜〇

又法借四十五度與所設弧度相減餘一度三十八分十秒爲較度化秒比例得較弧背二八五五五五二先求正弦以弧背爲第一條書右次以半徑爲連比例第一率第一條爲連比例第二率求得連比例第三率八一五四爲比例常用之數次置第一

條以三率乘之一率除之得四率數六除之得三八八爲第二條書左第二條得數僅二位而比第一條數降四位則第三條數必降至奇零下即無庸求

左右二條相減得二八五五一六四爲較弧正弦次求正矢置前所得

一率	半徑	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	借弧正弦	十〇七一〇六八
三率	較弧正弦正矢和	二八九五九三二
四率	正弦較	二〇四七七三

八六〇一七〇七
三七七四〇二
五九二六六八六

第三率之數二除之得四〇七七爲第一條書右次置第一條以三率乘之一率除之得五率數十二除之得小餘二爲第二條書左左右二條相減得四〇七六八爲較弧正矢次以半徑

一○○○○○○○爲一率四十五度正弦七○七一○六八爲二率較弧正弦正矢相加（設弧小于借弧故加）得二八九五九三二爲三率乘除得四率二○四七七三爲正弦較與四十五度正弦七○七一○六八相減餘六八六六二九五爲設弧正弦與前得數相同

設圜半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之餘弦幾何

法用周天秒及圜周定率比例得弧背（法數俱見前題）次以圜半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得第三率（數見前）二除

右

二八六四○五三|五條一第
二六一○|三條三第
|一條五第
二八六六六四|○

左

一三六七一三|三條二第
二六|七條四第
一三六七四○|○

二八六六六四
一三六七四○
二七二九九二四矢正
一○○○○○○○
七二七○○七六弦線

之得二八六四○五三五為第一條書右次置第一條以三率乘之一率除之得五率數十二除之得一三六七一三三為第二條書左次置第二條以三率乘之一率除之得七率數三十除之得二六一○三為第三條書右次置第三條以三率乘之一率除之得九率數五十六除之得二六七為第四條書左次置第四條以三率乘之一率除之得十一率數

九十除之得小餘一為第五條書右次併右三條得總數二八六六六六四併左二條得總數一三六七四〇置右總數減左總數得二七二九九二四為四十三度二十一分五十秒之正矢與半徑相減得七二七〇〇七六即所求之餘弦也

一率	半徑	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	借弧餘弦	七〇七一〇六八
三率	較弧正弦正矢較	二八一四三九六
四率	餘弦較	一九九〇〇七八

七〇七一〇六八|
一九九〇〇七|八
七二七〇〇七五|八

又法借四十五度與所設度相減得較弧度分秒比例得較弧弧背求得正弦及正矢數俱見（前題）乃以半徑為一率四十五度餘弦七〇七一〇六八

爲二率較弧正弦正矢相減得二八一四三九六爲三率乘除得四率一九九〇〇七八與四十五度餘弦相加得七二七〇〇七六即設弧餘弦與前得數同

設圜半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之正弦幾何

法以所設弧度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一分五十秒爲餘弧以餘弧求得正矢法數俱見前題與半徑相減得七二七〇〇七六即設弧之正弦也

又法借四十五度與所設度相減餘一度三十八分十秒爲較

弧以較弦求得正弦正矢次以半徑爲一率四十五度正弦爲二率較弧正弦正矢相減餘爲三率求得四率爲正弦較與四十五度正弦相加得七二七〇〇七六卽設弧之正弦也法數俱與前題求餘弦同

設圜半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之餘弦幾何

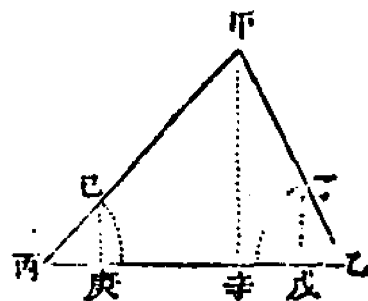
法以所設度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一分五十秒爲餘弧以餘弧求得正弦六八六六二九五卽設弧之餘弦也法數俱見前題

又法求得設弧與四十五度較弧之正弦正矢次以半徑爲一率四十五度餘弦爲二率較弧正弦正矢相加爲三率乘除得四率與四十五度餘弦相減得六八六六二九五即設弧之餘弦也法數俱與前題求正弦同

直線三角形邊角相求

設甲乙丙直線三角形甲乙邊一丈八尺七寸三分甲角七十四度乙角六十二度求餘二邊一角各幾何

如圖甲乙丙形有甲乙邊及甲乙二角求餘二邊一角先併二



率	項	數
一率	周天度	三六〇
二率	倍圜周率	六二八三一八五三
三率	乙角餘度	二八
	丙角度	四四
四率	乙角餘弧背	四八八六九二
	丙角弧背	七六七九四五

角與半周相減得丙角四十四度次以圜周度與倍圜周率比例得乙角餘弧背四八八六九二丙角弧背七六七九四五命半徑為十萬求得乙餘角正矢一一七〇五與半徑相減餘八八二九五為乙角正弦丁戊求得丙角正弦己庚六九四六五八次以半徑乙丁為一率乙角正弦丁戊為二率甲

右

第一條 一一九四〇|八
第三條 一|八
一一九四二|六

一一九四二|六
二三七|六
乙餘角正矢 一一七〇五〇
一〇〇〇〇〇
乙角正弦 八八二九五

第一條 五|四九七六七
第三條 五|二二二
七七〇一七|〇

左

第二條 六|七三二

第二條 一|八四五七
第四條 一|三
二|一五五七

七七〇一七|〇
二|一五五七
丙角正弦 八|五六四九六

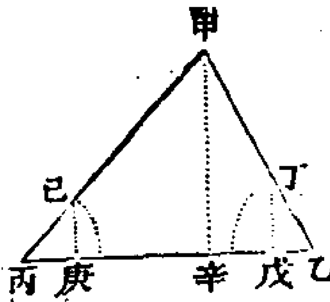
一率半徑
二率乙角正弦
三率甲乙
四率甲辛

一率丙角正弦
一率半徑
三率甲辛
四率甲丙

乙邊爲三率求得四率一丈六尺五寸三分七釐六毫爲中垂線甲辛次以丙角正弦己庚爲一率半徑己丙爲二率中垂線甲辛爲三率求得四率二丈三尺八寸零六釐八毫爲甲丙邊次以中垂線甲辛爲股甲乙邊爲弦求得勾八尺七寸九分三釐二毫爲小分底乙辛又以中垂線甲辛爲股甲丙邊爲弦

求得勾一丈七尺一寸二分五釐二毫爲大分底丙辛倂二分底得二丈五尺九寸一分八釐四毫爲乙丙邊

設甲乙丙直線三角形甲丙邊二丈三尺八寸零六釐八毫乙丙邊二丈五尺九寸一分八釐四毫丙角四十四度求餘二角一邊各幾何



法先比例得丙角弧背見前題求得正矢二八〇六六與半徑相減得七一九三四爲丙角餘弦丙庚次以半徑丙己

左　　右

第一條 二九四八七〇
第三條 二八四
四 二九五一五

第二條 一四四九一
第四條 三
四 一四四九

四 二九五一五
四 一四四九
〇 二八〇六六　丙角正矢
一〇〇〇〇〇
〇 四三九一七　丙角餘弦

一率　半徑
二率　丙角餘弦
三率　甲丙
四率　丙辛

一率　甲乙
二率　乙辛
三率　半徑
四率　乙角餘弦

為一率丙角餘弦丙庚為二率甲丙邊為三率求得四率一丈七尺一寸二分五釐二毫為大分底丙辛與乙丙邊相減餘八尺七寸九分三釐二毫為小分底乙辛次以甲丙邊自乘大分底丙辛小分底乙辛和較相乘二積相減餘數開平方得一丈八尺七寸三分為甲乙邊兩分底和較相乘之積與兩腰和較相乘之積等亦即與

條	數
第一條	四六九四七一
第二條	一七二四六
第三條	一七一〇
第四條	二二四
第五條	三三
第六條	五
	四八八六八八

兩腰方相較之積等故大腰自乘之積內減分底和較相乘之積餘即小腰自乘　次以甲乙邊為一率小分底之積也乙辛為二率半徑乙丁為三率求得四率四六九四七一為乙角餘弦乙戊次按以乙角餘弦為乙餘角正弦用正弦求弧背法求得弧背四八八六八八以一度之弧背數一七四五三三除之餘得二十八度為乙餘角度與九十度相減得六十二度即乙角度次併乙丙二角與半周相減得七十二度為甲角度

弧線三角形邊角相求

設黃赤大距二十三度二十九分太陽黃道實行酉宮十度問赤道同升度及距緯度各幾何

如圖取渾圖八分之一　甲乙丙正弧三角形甲丁爲黃道甲戊爲赤道甲爲春分甲角爲交角卽丁戊大距度丁己爲半徑丁庚爲正弦乙爲太陽甲乙爲太陽距春分黃道度四十度甲丙爲

一率　周天分
二率　倍圜周率
三率　大距分
四率　大距弧背

一率　周天度
二率　倍圜周率
三率　黃道度
四率　黃道弧背

距春分赤道度乙丙爲距緯乙辛爲黃道正弦乙壬爲距緯正弦自壬至辛聯辛壬線成乙辛壬勾股形與丁己庚勾股形爲同式形丙癸爲赤道正弦丙已癸與壬已辛亦爲同式勾股形法先比例得大距弧背丁戊四〇九八六一四八黃道弧背甲乙六九八一三一七求得大距正弦丁庚三九八

右

四〇九八六一四|八 第一條
九六三|八 第三條
四〇九九五七八|六

左

一一四七五一|九 第二條
三|八 第四條
一一四七五五|七

四〇九九五七八|六
一一四七五五|七
三九八四八二二|九 大距正弦

六九八一三一七|〇 第一條
一三八一九|九 第三條
一〇 第五條
六九九五一三七|九

五六十十一〇一|五 第二條
一六〇|三 第四條
五六七二六一|八

六九九五一三七|九
五六七二六一|八
六四二七八七六|一 黃道正弦

一率 半徑
二率 大距正弦
三率 黃道正弦
四率 距緯正弦

四八二三黃道正弦乙辛六四二七八七六次以半徑丁己為一率大距正弦丁庚為二率黃道正弦乙辛為三率求得四率二五六一三九五為距緯正弦乙壬次按正弦求弧背法求得二五九〇二六二九為距緯弧背以一秒之弧背四八四八一三六八除之得五三四二八為距緯秒數遞以六十進之得十

第一條八四九三一六五三
第二條七七〇〇八二
第三條八六二八
第四條二二三
第五條四一

距緯弧背九二六二〇九五二

一率　距緯餘弦
二率　壬辛線
三率　半徑
四率　赤道正弦

四度五十分二十八秒即太陽距赤道北之緯度次以半徑乙己為弦距緯正弦乙壬為股求得勾九六六六三九八為距緯餘弦己壬又以黃道正弦乙辛為弦距緯正弦乙壬為股求得勾五八九五四九三六為壬辛線次以距緯餘弦己壬為一率壬辛線為二率半徑丙己為三率求得四率六〇九八九五

正弦較
七〇七一〇六七八
六〇九九九五五九
〇九七一一一一九

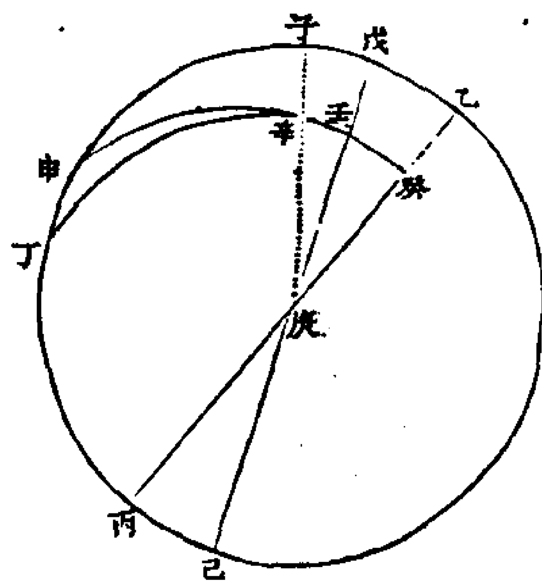
餘弦較
七九二四八一七七
七〇七一〇六七八
〇八五三七四九九

第一條 一二九三七八九三
第二條 九〇二三
第三條 一六
較弧背 一二九四六九三二

五九為赤道正弦丙癸或以半徑距緯正弦和較相乘為一率黃道正弦距緯正弦和較相乘為二率半徑自乘為三率求得四率為赤道正弦自乘方開平方得赤道正弦　次用借弦求弧背法以赤道正弦與四十五度正弦相減餘九七一一一一九為股求得赤道餘弦己癸七九二四八一七七與四十五度餘弦相減餘八五三七四九九為勾求得弦一二九三七八

九三為較弧通弦用通弦求弧背法求得一二九四六九三二為較弧背以一秒之弧背數除之得數以六十遞進之得七度二十五分零五秒為較弧度與四十五度相減得三十七度三十四分五十五秒為距分赤道度加春分距冬至九十度滿三十度進一宮為酉宮零七度五十四分五十五秒即太陽赤道同升也

設金星黃道經度午宮十度五十五分緯北六度四十四分黃赤大距二十三度二十九分問赤道經緯度各幾何



如圖甲爲赤極乙丙爲赤道丁爲黃極戊己爲黃道己爲冬至戊爲夏至庚爲秋分辛爲金星成甲丁辛斜弧三角形甲丁爲二極相距丁辛爲星距黃極甲辛爲星距赤極丁角爲星距夏至黃道經度當戊壬弧甲角爲星距冬至赤道經度當丙癸弧此形有甲丁丁辛二邊及丁角求甲辛邊及甲角自秋分庚點星辛點作庚子象限弧辛子爲形外垂弧用丁辛子甲辛

右

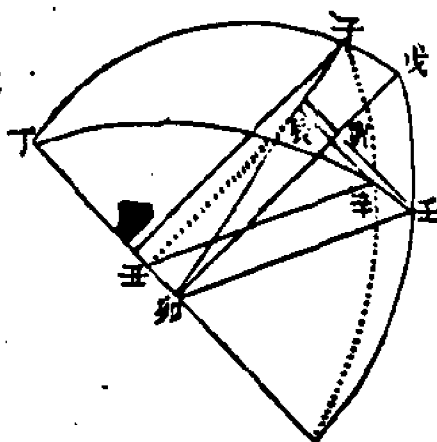
第一條 六六○五三三七

第三條 ○三

六九○五三四○

左

第二條 七九七二



六九○五三四○
七九七二
六八九七三六八
一○○○○○○○○○
丁辛弧正弦 九九三一○二六三二

子二正弧三角形算之先用丁辛子形如第二圖比例得丁辛星距黃極之餘弧背即辛壬星距黃道北緯度之弧背一一七五一八八三三求得正矢六八九七四與半徑相減得九九三一○二六為丁辛星距黃極之正弦辛丑又比例得丁角星距夏至黃道弧背七一四一三○五五求得正弦壬寅六五四九

右

第一條五　五〇三一四一七
第三條七　五七四五一
第五條三　一
五　二八七六五一七

左

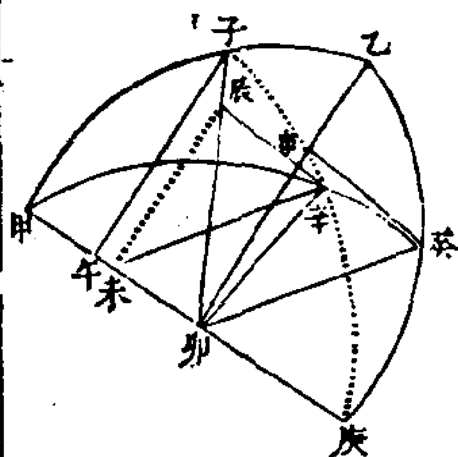
第二條九　九八九六〇六
第四條九　七八一
八　七七一七六

一率半徑壬卯
二率丁角正弦壬寅
三率丁辛正弦辛丑
四率辛子正弦辛辰

一率卯辰
二率丑辰
三率子卯
四率子巳

丁角正弦
五　二八七六五一七
八　七七一七六〇六
七　四〇六九四五六

六〇五次以半徑(壬卯)為一率丁角正弦(壬寅)為二率丁辛正弦(辛丑)為三率求得四率六五〇四四三〇為垂弧正弦(辛辰)次用辛丑辰勾股形有辛丑弦辛辰股求得丑辰勾七五〇四五一〇次以垂弧餘弦(卯辰)為一率丑辰為二率半徑(子卯)為三率求得四率九八八〇一三九為垂弧距黃極(丁子)之正



一〇〇〇〇〇〇〇
九八八〇一三九

〇〇一一九八六一矢餘
三
二三九七二二|〇條一第
四七八|九條二第
一|五條三第
二四〇二〇二|四率三

一五四九八四六背弧御率二

弦子己次以垂弧距黃極之正弦與半徑相減餘一一九八六一為餘矢按正矢求弧背法求得弧背一五四九八四六以一秒之弧背除之得三一九六八滿六十遞進之得八度五十二分四十八秒為餘弧與九十度相減得八十一度零七分一十二秒為垂弧距黃極丁子與二極相距度甲丁相

右

第一條　一五九五二五九〇

第三條　四五一一

一五九五七一〇一

左

第二條　四二四一四二

第四條　二六

四二四一六八

一五九五七一〇一

四二四一六八

餘弧正矢　一五五三二九三三

一〇〇〇〇〇〇〇〇

甲子弧正弦　八四四六七〇六七

一率　半徑子卯

二率　垂弧距赤極正弦子午

三率　垂弧餘弦卯辰

四率　辰未線

減得五十七度三十八分一十二秒爲垂弧距赤極甲子如第三圖以甲子之餘度三十二度二十一分四十八秒比例得弧背五六四八四六七二求得正矢一五五三二九三三與半徑相減得八四四六七〇六七爲垂弧距赤極之正弦子午次以半徑子卯爲一率垂弧距赤極正弦子午爲二率垂

星距赤極餘矢 八六三八四六
二
第一條 〇〇｜一ㄴ二七六九二
第二條 三三｜二四八七四
第三條 〇〇｜五七三
第四條 一九｜一五
第五條 九四｜

三率 三七｜一七五三一五五

二率卯弧背 四一八七〇七〇

一率 星距赤極正弦辛未
二率 垂弧正弦辛辰
三率 半徑卯癸
四率 星距夏至赤道正弦癸申

弧餘弦卯辰為三率求得四率六四一五七三九為辰未線次以辰未為勾辛辰為股求得辛未弦九一三六一五四為星距赤極正弦以正弦與半徑相減餘八六三八四六為星距赤極餘矢按正矢求弧背法求得弧背四一八七〇七〇以一秒之弧背除之得八六三六四五為秒數遞以六

第一條 六八一四一|六
第二條 |一
較弧背 六八一四一|七

七一一九四四〇
八六〇一七〇七
正弦較 〇〇四八三七二

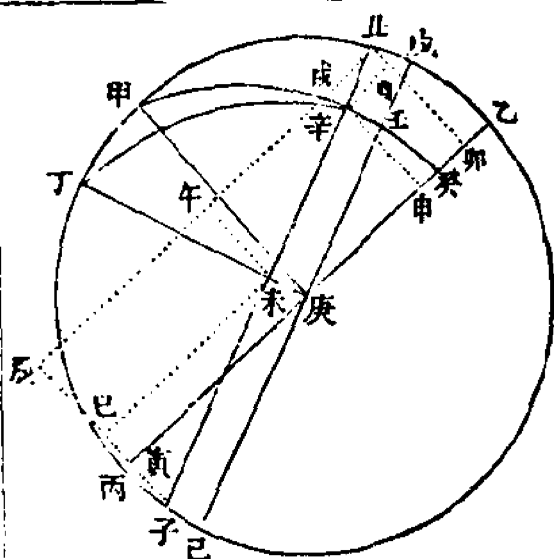
八六〇一七〇七
七〇二三〇七四
餘弦較 四七九九四

較弧通弦 六八一四一|六

十進之得二十三度五十九分二十四秒半爲星距赤極餘度即星距赤道北緯度辛癸與象限九十度相減得六十六度零三十五秒半爲星距赤極甲辛次以星距赤極正弦辛未爲一率垂弧正弦辛辰爲二率半徑癸卯爲三率求得四率七一一九四四〇爲星距夏至赤道正弦癸申隨求得餘弦卯申七

○二三○七四用借弦求弧背法借四十五度之正弦餘弦減
得正弦較四八三七二餘弦較四七九九四求得較弧通弦六
八一四一六次按通弦求弧背法求得較弧背六八一四一七
以一秒之弧背除之得一四○五五為秒數滿六十進之得二
十三分二十五秒半與借弧四十五度相加滿三十度進一宮
得一宮十五度二十三分二十五秒半為星距夏至赤道宮度
加夏至距冬至六宮得七宮為午宮十五度二十三分三十五
秒半即金星赤道經度也

設金星黃道北緯度六度四十四分赤道北緯度二十三度五十九分二十四秒三十微黃赤大距二十三度二十九分問黃道經度赤道經度各幾何



如圖以星距黃極丁辛與二極相距甲丁相加得一百零六度四十五分爲總弧甲子相減得五十九度四十七分爲較弧甲丑比例得丙子總弧減去象限弧背二九二三四二六五求得正弦子寅二八

右

第一條餘　二九二三四二六|五
第三條餘　三一七七|九
二九二三六○四|四

左

第二條餘　四一六四一|三
第四條餘　|三
四一六四一|六

二九二三六○四|四
四一六四一|六
總弧餘弦　二八八·九六二|八

第一條餘　五二七三八○三|二
第三條餘　三三九七|六
五二七七二○二|八

第二條餘　二四四四六七|一
第四條餘　二二|三
二四四四八九|六

五二七七二○二|八
二四四四八九|六
較弧餘弦　五○三二七一三|二

八一九六三爲總弧餘弦比例𢍰乙丑甲丑之餘弧背五二七三八○三二求得正弦丑卯五○三二七一三爲較弧餘弦以兩餘弦相加得七九一四六七六子辰折半得三九五七三三八辰巳與午未等爲中數爲一率比例得辛癸甲辛之餘弧背四一八七○六九一求得正弦辛申四○六五七九九四爲星距赤極

右

第一條 一九六〇七八一四
第三條 四二七〇一
五一四一八八一四

左

第二條 九二四三二二一
第四條 四四
三七四三二二一

五一四一八八一四
三七四三二二一
星距赤極餘弦 二四九七五六〇四

總弧餘弦 八二六九一八八二
較弧餘弦 二一三七二三〇五
〇六七六四一九七
中數 八三三七五九三

較弧餘弦 二一三七二三〇五
星距赤極餘弦 二四九七五六〇四
矢較 〇九一九六六九〇

餘弦與較弧餘弦丑卯相減餘九六六九一九爲矢較丑酉與戌辛等爲二率半徑戊庚爲三率求得四率二四四三三五七一二爲星距夏至黃道正矢戊壬求得弧背七一四一二八五五以一秒之弧背除之得一四七三〇〇爲秒數收作一宮十度五十五分爲星距夏至黃道度加六宮得七宮爲午宮

一率 中數午戌
二率 矢較辛戌
三率 [illegible]庚戌
四率 丁角正矢三戌

正矢二一七（二）五三三四四二

第一條四二 四一七六八八四
第二條○八 九九九八九一
第三條六○ 六六九二一
第四條一三 八一○一
第五條六四 八八
第六條九一 八
第七條九七

三率 八五五九七九九○五

弧背 五五八二一四一七

一率 甲辛正弦
二率 丁角正弦
三率 丁辛正弦
四率 甲角正弦

十度五十五分爲金星黃道經度矢較比例之理詳見考成上編次以星距赤極甲辛正弦爲一率星距夏至黃道經度丁角正弦爲二率星距黃極丁辛正弦爲三率求得四率七一一九四三九爲星距夏至赤道經度甲外角正弦求得弧背秒數收作一宮十五度二十三分二十五秒半各數俱見前題加六宮得七宮爲午

宫十五度二十三分二十五秒半即金星赤道經度也

割圜密率捷法卷二終